Réduction

— Valeur propre, vecteur propre et espaces propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.

— Liberté d'une famille de vecteur propres associés à des valeurs propres 2 à 2 distinctes, une somme d'espace propres est directe.

— Polynôme caractéristique : il est unitaire, de degré $n = \dim(E)$, coefficient de X^{n-1} et coefficient constant (la trace et le déterminant, au signe près, formule pour la dimension 2).

— Lien entre la dimension d'un espace propre et la multiplicité de la racine de χ.

— Diagonalisabilité d'un endomorphisme : il existe une base dans laquelle la matrice est diagonale. Caractérisation : le polynôme caractéristique est scindé et tous les espaces propres sont de dimension maximale.

— Diagonalisabilité d'une matrice.

— Application au calcul de puissances de matrices, à l'étude des suites récurentes linéaires.

— Trigonalisation : résultat théorique, aucune méthode n'est au programme.

Intégrales à paramètre

— Ensemble de définition d'une fonction définie par une intégrale à paramètre.

Questions de cours

1. $\lambda \in \mathbb{K}$ est une valeur propre de f ssi $\chi_f(\lambda) = 0$.
2. Donner un exemple de matrice pour laquelle une valeur propre λ au moins vérifie $\dim(E_\lambda) = \mu(\lambda)$, et un exemple où $\dim(E_\lambda) < \mu(\lambda)$.
3. Si χ_f est scindé et à racines simples, alors f est diagonalisable.