

Devoir maison 4

A rendre le au plus tard le 29/09/2020.

Exercice 1

Dans le plan rapporté à une repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points

$$A : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } B : \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Donner une équation de la droite (AB) , ainsi qu'un vecteur normal \vec{n} .
2. Trouver les deux points C_1, C_2 tels que les triangles ABC_i (pour $i \in \{1, 2\}$) soient équilatéraux.
3. On dit que le triangle non aplati ABC est direct lorsque la base (\vec{AB}, \vec{AC}) est directe (ou encore, en lisant les points dans l'ordre on tourne dans le sens trigonométrique). Déterminer, pour nos deux triangles équilatéraux, lequel est direct et lequel ne l'est pas.
4. Montrer que les droites (AB) et (C_1C_2) sont perpendiculaires.
5. Déterminer la distance d entre C_1 et (AB) .
6. Exprimer en fonction de d le rayon du cercle circonscrit à ABC_1 , puis les coordonnées du centre de ce cercle.
7. Question bonus : exprimer d' , le rayon du cercle inscrit dans ABC_1 en fonction de d .

Indications :

1. Faire un schéma et vérifier sur le schéma que les résultats numériques sont cohérents avec le schéma.
2. A quelle condition un triangle est-il équilatéral ? Poser ensuite des coordonnées inconnues pour les points cherchés et traduire la condition géométrique sur les coordonnées.
On doit obtenir deux égalités, qui forment un système représentant l'intersection de deux cercles. on sait, dans ce cas que la soustraction des deux équations donne un moyen d'avancer dans la résolution.
3. Nous avons un outil vectoriel qui détermine l'orientation des bases.
4. Quel outil utiliser ? et surtout quels vecteurs.
5. La distance d'un point à une droite est la distance de ce point à son projeté orthogonal sur cette droite.
6. On pourra utiliser la trigonométrie, éventuellement. Ou le cours de collège sur les triangles.
7. Dans un triangle équilatéral, les cercles inscrits et circonscrits ont le même centre.