Matrices

— Matrices inversibles.

— Opérations sur les matrices triangulaires, diagonales.

— Théorème du rang pour les matrices : traduction en terme de système homogène associé (nombre d'inconnues principales, de paramètres).

— Matrices d'une famille, d'une application linéaire. Traduction de l'inversibilité en termes de propriétés des objets représentés. Rang.

— Changement de base pour un endomorphisme..

— Trace d'une matrice, trace d'un endomorphisme.

— Déterminant d'une matrice carrée : factorisation par colonne ou par ligne, effet des opérations élémentaires.

— Inversibilité.

— Développement par rapport à une ligne ou à une colonne.

— $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

— Déterminant d'une famille (en précisant la base), d'un endomorphisme.

Révisions

— Énoncer le théorème du rang.

— Définition de $\ker(f)$ où $f \in \mathcal{L}(E, F)$.

— Rappeler la valeur de $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} x^n$ et $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ en précisant à chaque fois pour quelles valeurs de x ceci est valable.

Questions de cours

1. Si f est un endomorphisme de E (de dimension finie) et $\mathcal{B}$ est une base de E, $\forall n \in \mathbb{N}\ \ \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f^n) = (\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f))^n$
2. Montrer que deux matrices semblables ont la même trace. Expliquer ce qu'est la trace d'un endomorphisme.
3. Calcul du déterminant carré de taille n : $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$