Compléments sur les espaces vectoriels

- Révisions sur la liberté d'une famille, sur la simplification d'une famille génératrice par opérations élémentaires.
- Dimensions usuelles.
- Somme de sous espaces, application de la dimension pour en calculer des exemples (dans les cas E de dimension 2 ou 3 par exemple).
- Espaces supplémentaires : cas général, cas de la dimension finie. Théorème de la base adaptée.
- Espaces en somme directe, caractérisation par l'unicité de la décomposition de 0 en somme, théorème de la base adaptée.
- Rappels sur les applications linéaires : méthodes de preuve (définition, application canoniquement associée à une matrice, par opération).
- Noyau et image, lien avec la bijectivité.
- Applications linéaires en dimension finie : théorème du rang, caractérisation de la bijectivité.
- Espace stable par une application : définition, conséquence sur la forme d'une matrice dans une bonne base.

Révisions

- Donner une condition suffisante pour que la série à terme positif $\sum u_n$ converge.
- Donner une condition suffisante pour que la série à terme positif $\sum u_n$ diverge.
- Citer le théorème de d'Alembert sur les séries numériques.

Questions de cours

1. Montrer sur un exemple numérique qu'un plan et une droite de l'espace sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.
2. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$, montrer que $\ker(f) \subset \ker(f^2)$.
3. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$, montrer que $\mathrm{Im}(f^2) \subset \mathrm{Im}(f)$.